

Rachunek prawdopodobieństwa
Zagadnienia na egzamin 01.03.2012, godz. 16:15

1. Co to jest przestrzeń probabilistyczna (definicja współczesna), a w szczególności:
 - a) Co to jest σ -ciało?
 - b) Co to jest prawdopodobieństwo?
 - c) Jakie podstawowe własności prawdopodobieństwa wynikają z definicji.
2. Co to jest (ogólna) zmienna losowa, jej rozkład oraz dystrybuanta, a w szczególności:
 - a) Co to jest σ -ciało generowane przez rodzinę zbiorów i co to jest σ -ciało zbiorów borelowskich?
 - b) Co to jest zmienna losowa, podać conajmniej trzy równoważne sformułowania tego pojęcia (patrz twierdzenie o charakterystyce zm. losowych)?
 - c) Co to jest rozkład zmiennej losowej i kiedy mówimy, że zmienna losowa ma rozkład ciągły?
 - d) Co to jest dystrybuanta zmiennej losowej, podać własności charakteryzujące dystrybuantę?
 - e) Co to jest dyskretna zmienna losowa i jak opisujemy jej rozkład?
3. Co to jest wartość oczekiwana, a w szczególności:
 - a) Co to jest wartość oczekiwana dyskretnej zmiennej losowej?
 - b) Jak możemy zdefiniować wartość oczekiwaną dla ogólnej zmiennej losowej za pomocą jednostajnej aproksymacji dyskretnymi zmiennymi losowymi? Jak można zdefiniować wartość oczekiwaną za pomocą całki Lebesgue'a albo całki Riemanna-Stieltjesa?
 - c) Jakimi wzorami wyraża się wartość oczekiwana w przypadku zmiennej losowej o rozkładzie ciągłym?
 - d) Podać podstawowe własności wartości oczekiwanej.
4. Co to jest wariancja zmiennej losowej, a w szczególności:
 - a) Kiedy istnieje i jakim wzorem się definiuje, a za pomocą jakiego zazwyczaj się oblicza wariancję ogólnej zmiennej losowej?
 - b) Niech X ma rozkład ciągły. Jakim wzorem wyraża się wartość oczekiwana zmiennej $\varphi(X)$ (funkcji od zmiennej losowej X), a jakim wzorem wyraża się wariancja zmiennej X ?